

Energie Electromagnétique

Aubin SIONVILLE

MPI Clemenceau - 2021-2023

Energie des circuits

Energie d'un condensateur

$$\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}CU^2 = \iiint_V \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 d\tau$$

Densité volumique d'énergie dans un condensateur

$$w_{e,C} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Energie d'une bobine

$$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}LI^2 = \iiint_V \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$$

Densité volumique d'énergie dans une bobine

$$w_{e,L} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Dans un circuit à inductance constante, le courant et le flux magnétique Φ est continus

Puissance et effet Joule

Puissance volumique délivrée par le champ

$$p \triangleq \frac{\delta P}{d\tau} = n\vec{F} \cdot \vec{v} = nq\vec{E} \cdot \vec{v} = \vec{j} \cdot \vec{E}$$

Effet cinétique

$$\frac{d\mathcal{E}_j}{dt} = P_{\text{elec}} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$$

Effet Joule

$$p = \frac{\delta P}{d\tau} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \frac{j^2}{\gamma}$$

Energie électromagnétique

Densité volumique d'énergie électromagnétique

$$u_{em} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E(M,t)^2 + \frac{1}{2\mu_0} B(M,t)^2$$

Energie électromagnétique totale

$$U_{em} = \iiint_{\mathcal{D}} \left(\frac{1}{2}\varepsilon_0 E(M,t)^2 + \frac{1}{2\mu_0} B(M,t)^2 \right)$$

Bilan d'énergie électromagnétique

Variations de l'énergie électromagnétique = Apport d'énergie + Création d'énergie

$$\frac{dU_{em}}{dt} = P_{entrant} + P_{gain \text{ par conversion}} = -P_{rayonnée} - P_{cédée \text{ par conversion}}$$

Equation locale de Poynting

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \right) = -\text{div} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \right) - \vec{j} \cdot \vec{E}$$

\implies
Green-Ostrogradski

Equation bilan d'énergie électromagnétique

$$\frac{dU_{em}}{dt} = -P_{rayonnée} - P_{cédée}$$

Vecteur de Poynting

$$\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

La moyenne de la norme du vecteur de Poynting est
l'intensité lumineuse (en $W.m^{-2}$)

Laser HeNe du lycée : $\langle R \rangle \simeq 10^3 W.m^{-2}$

Rayonnement solaire moyen sur Terre :

$$\langle R \rangle \simeq 340 W.m^{-2}$$

Flux émis lors d'un appel téléphonique :

$$\langle R \rangle \simeq 0.5 W.m^{-2}$$

Puissance rayonnée

$$P_{rayonnée} = \oiint_S \vec{R} \cdot d\vec{S}_{\text{sortant}}$$

Equation locale de conservation de l'énergie électromagnétique

$$\frac{\partial u_{em}}{\partial t} = -\text{div} \vec{R} - \vec{j} \cdot \vec{E}$$